

# CAP-387(2016) – Tópicos Especiais em Computação Aplicada: Construção de Aplicações Massivamente Paralelas

## Aula 13: Vetorização

**Celso L. Mendes, Stephan Stephany**

LAC / INPE

Emails: [celso.mendes@inpe.br](mailto:celso.mendes@inpe.br), [stephan.stephany@inpe.br](mailto:stephan.stephany@inpe.br)



# Vetorização

- **Princípio Básico:**

- Processar vários operandos através de uma única instrução

- **Caso Típico**

$$C(1)=A(1)+B(1)$$

$$C(2)=A(2)+B(2)$$

...

$$C(N)=A(N)+B(N)$$

ou  $C(1:N)=A(1:N)+B(1:N)$

- Execução:  $N$  iterações do loop, 6 instruções por iteração:  $6.N$  instruções
  - Cada instrução precisa passar por busca, decodificação, etc.



# Vetorização (cont.)

- **Implementação com Instruções Vetoriais:**

loadv A(base)  $\rightarrow$  V1

loadv B(base)  $\rightarrow$  V2

addv V1+V2  $\rightarrow$  V3

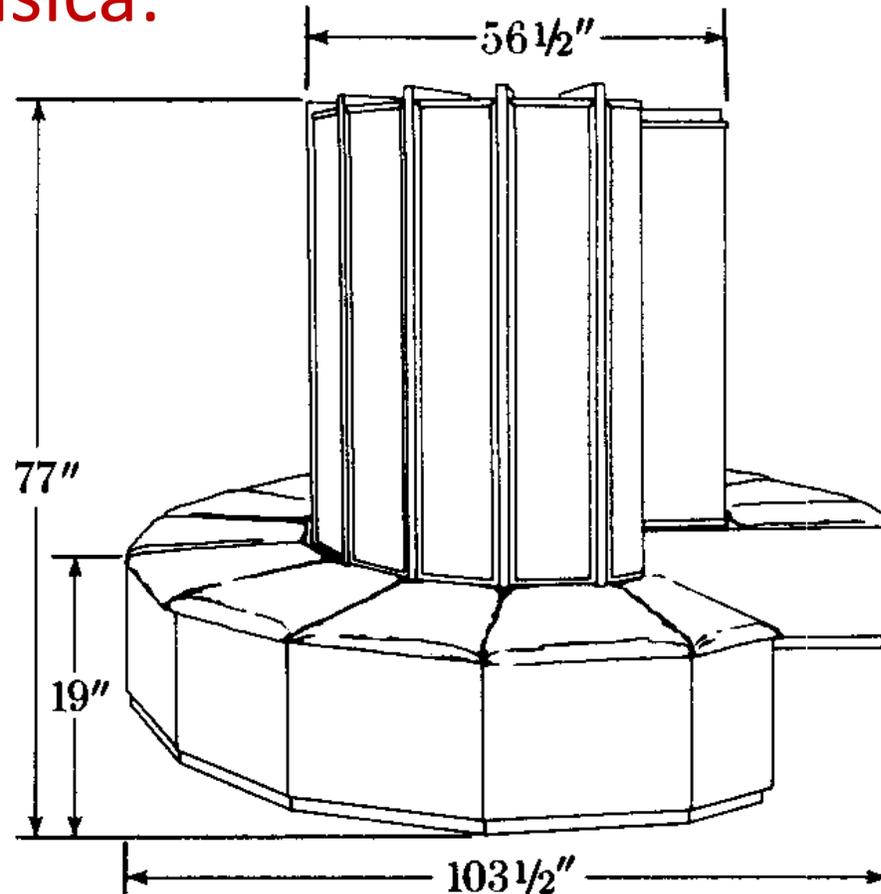
storev V3  $\rightarrow$  C(base)

- V1, V2, V3, etc: registros vetoriais, de comprimento  $L$
- Unidades aritméticas capazes de operar sobre V1, V2, etc
- Novo total de instruções: 4
- Se  $N$  for maior que  $L$ , montar um laço em torno das instruções acima, com  $N/L$  iterações

# Pioneirismo em Vetorização: Cray-1

## Estrutura Física:

77"  $\approx$  1.95m





# Cray-1 – Aspectos Interessantes

- **Memória:**
  - Não havia caches nem memória virtual
- **Registros especiais**
  - VL: Vector Length register – comprimento  $\leq 64$
  - VM: Vector Mask register – 64 bits, 1 por elemento
- **Unidades funcionais vetoriais de ponto-flutuante:**
  - Soma e multiplicação, com pipelining
  - 2 resultados por ciclo: 160 Mflops/s



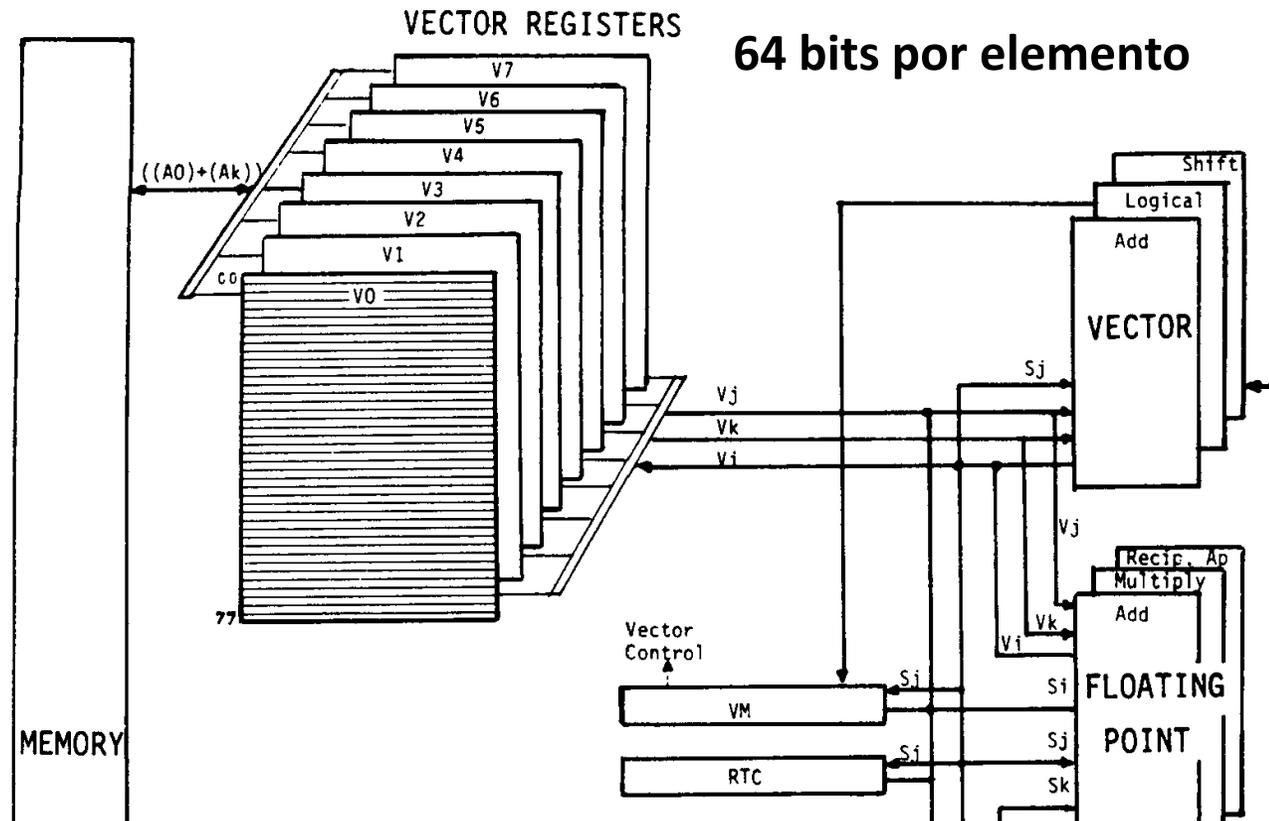
# Vetorização (cont.)

- Exemplo: Cray-1

8 Registros Vetoriais (V0,V1,...,V7)

L=64 Elementos em cada registro

64 bits por elemento



**Unidades Funcionais:**  
**Operações Vetor-Vetor ou**  
**Vetor-Escalar**

# Vetorização (cont.)

- **Otimizações: encadeamento (*chaining*)**

- Exemplo:  $D(1:N)=A(1:N)+B(1:N)+C(1:N)$

- Implementação

loadv A(base) → V1

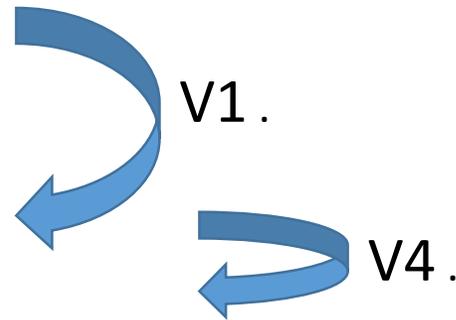
loadv B(base) → V2

loadv C(base) → V3

**addv V1+V2 → V4**

**addv V4+V3 → V5**

storev V5 → D(base)



- Não é necessário esperar o término de toda a primeira operação com  $V_n$  para iniciar a segunda operação com  $V_n$  (via pipelining)

- Assim que o primeiro elemento de  $V1+V2$  for produzido, a segunda soma pode ser iniciada! (resultados vão para  $V4$  e para a outra unidade funcional)

# Vetorização (cont.)

- **Otimizações: outros usos de encadeamento**

- Exemplo: Uso de vetores maiores que o tamanho L dos registros vetoriais do  $K=1, M$

$$INF = L*(K-1)+1$$

$$SUP = L*K$$

$$C(INF:SUP)=A(INF,SUP)+B(INF,SUP)$$

enddo

Equivalente a

$$C(1:L)=A(1:L)+B(1:L)$$

$$C(L+1:2*L)=A(L+1,2*L)+B(L+1,2*L)$$

$$C(2*L+1:3*L)=A(2*L+1,3*L)+B(2*L+1,3*L)$$

...

- **Possível implementação:**

loadv A(baseA) → V1

loadv B(baseB) → V2

**addv V1+V2 → V3**

storev V3 → C(baseC)

loadv A(baseA+N) → V1

loadv B(baseB+N) → V2

**addv V1+V2 → V3**

storev V3 → C(baseC+N)

...



Assim que o primeiro segmento de A tiver sido todo carregado da memória, pode ser iniciada a carga do segundo segmento de A. Idem para B, etc.

**Ganho:** Unidade de soma sempre gera um novo resultado por ciclo!



# Programação para Vetorização

- **Suporte em Linguagens**

- Fortran-90 introduziu construções com “notação vetorial” em arrays: código mais claro, vetorização facilitada

Exemplo:  $C = A + B$

onde A, B e C são arrays, com mesma dimensão (1D, 2D, ...) e tamanho  
No caso de arrays 1D, isto é equivalente a

```
DO i=1,N
    C(i)=A(i)+B(i)
ENDDO
```

Exemplo-2:  $B(1:N)=2*A(4:N+3)$  (seções de arrays)

Exemplo-3:  $B(1:N:2)=2*A(1:N:2)$  (stride=2)



# Compilação para Vetorização

- **Compiladores Vetorizadores**
  - Geram código vetorizado sempre que possível
  - Emitem relatório de laços onde não é possível vetorizar
    - Causa mais frequente é a *dependência* entre iterações
    - Alternativa: mudar estrutura do laço
  - Amadurecimento dos compiladores foi fundamental para o sucesso dos sistemas vetoriais
  - Sem vetorização, é impossível chegar perto do desempenho de pico do sistema (desempenho obtido fica uma ordem de grandeza abaixo do pico, ou pior)



# Restrições à Vetorização

- **Possíveis Complicações:**

Exemplo: do  $i=2,N$

$A(i)=A(i-1)+B(i)$   
enddo

Implementação “descuidada” com vetorização:

base=2

loadv A(base-1) → V1

loadv B(base) → V2

addv V1+V2 → V3

storev V3 → A(base)

A: {10,20,30,40,50,60}

B: {11,21,31,41,51,61}

V3: {31,51,71,91,111}

A: {10,31,51,71,91,111}

Resultado será errado → Valores de A não foram atualizados !

- Um bom compilador não irá vetorizar este loop

# Restrições à Vetorização

- **Causa do Problema: Dependência de Dados**

Exemplo: do  $i=2,N$

```
A(i)=A(i-1)+B(i)
enddo
```

$$A(2)=A(1)+B(2) \quad (i)$$

$$A(3)=A(2)+B(3) \quad (ii)$$

$$A(4)=A(3)+B(4) \quad (iii)$$

$$A(5)=A(4)+B(5) \quad (iv)$$

...

Definição: Existe uma **dependência** entre dois comandos quando ambos acessam a *mesma posição de memória*, tal como (i) e (ii), (ii) e (iii), etc.



# Tipos de Dependências

- **Dependência de Fluxo: Read-After-Write (RAW)**

$$\underline{A} = B + C$$
$$X = \underline{A} + Y$$

```
DO i=2,N
    a(i) = a(i-1) + 3
ENDDO
```

- **Anti-Dependência: Write-After-Read (WAR)**

$$A = B + \underline{C}$$
$$\underline{C} = X + Y$$

```
DO i=1,N-1
    a(i) = a(i+1) + 3
ENDDO
```

- **Dependência de Saída: Write-After-Write (WAW)**

$$\underline{A} = B + C$$
$$\underline{A} = X + Y$$

```
DO i=1,N
    S = random(i)
ENDDO
```

# Tipos de Dependências (cont.)

- Apenas as Dependências de Fluxo são Verdadeiras!
  - Anti-Dependências e Dependências de Saída são causadas pelo reuso de dados, e podem ser eliminadas!

- **Anti-Dependência: Write-After-Read (WAR)**

$A = B + C$   
 ~~$C = X + Y$~~   $P = X + Y$

```
DO i=1,N-1
  a(i) = a(i+1) + 3 b(i) = a(i+1) + 3
ENDDO
a(1:N-1)=b(1:N-1)
```

- **Dependência de Saída: Write-After-Write (WAW)**

$A = B + C$   
 ~~$A = X + Y$~~   $Q = X + Y$

```
DO i=1,N
  S = random(i) S(i)=random(i)
ENDDO
S = S(N)
```

# Análise de Dependências

- Como verificar se há dependências entre iterações ?

- **Caso trivial:** do i=2,N

$$a(i) = a(i-1) + 3$$

enddo

$$\begin{aligned} i=2: & a(2) = a(1) + 3 \\ i=3: & a(3) = a(2) + 3 \\ i=4: & a(4) = a(3) + 3 \\ & \dots \end{aligned}$$

- **Caso não-trivial:** do i=1,N

$$a(24*i-4) = a(5*i+15) + 3 \quad \rightarrow \text{Há dependência ???}$$

enddo

Se, para algum par  $\{j,k\}$  tal que  $1 \leq \{j,k\} \leq N$ ,  $24*j-4$  é igual a  $5*k+15$  então há dependência!

# Detecção de Dependência

- **Testes de Dependência:**
    - Testes aplicados automaticamente pelos compiladores
    - Inúmeros testes disponíveis na literatura
    - Em geral, há diretivas para o programador informar ao compilador que não há dependências num certo loop
    - Casos difíceis para o teste pelo compilador:
      - Limites do loop desconhecidos em tempo de compilação
      - Índices desconhecidos em tempo de compilação (ex:  $A(K(i))$ )
      - Simplificação comum: restringir os índices a combinações lineares dos índices do loop
- Exemplo:  $A(4*i-3) = A(3*i+2) + \dots$



# Detecção de Dependência

- **Exemplo de Teste de Dependência:**

Testes simples: Teste do MDC

- Equação Diophantine:  $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_Nx_N = c$

- Dados  $\{a_1, a_2, \dots, a_N, c\}$  inteiros, encontrar  $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$  inteiros tais que eles satisfaçam a equação acima.

Notar que pode não existir solução inteira!

- Solução: Existe solução inteira *se e somente se*  $G$  divide  $c$

onde  $G = \text{MDC}(a_1, a_2, \dots, a_N)$

- Se houver solução, significa que duas iterações do loop têm referências com dependências!



# Detecção de Dependência

- **Exemplo-1:**

do  $i=1,N$

$$a(2*i) = a(2*i+1) + 3$$

enddo

Equação Diophantine:  $2*x_1 = 2*x_2 + 1$ ,  $(x_1 - x_2) = 1/2$

Como  $x_1$  e  $x_2$  devem ser inteiros, não há solução possível!

**Teste do MDC:**  $G = \text{MDC}(2,-2) = 2$ , porém 2 **não** divide 1

Logo, não existe solução possível, e assim não há dependência

→ Loop pode ser vetorizado!



# Detecção de Dependência

- **Exemplo-2:**

do  $i=1,N$

$a(19*i+3) = \dots$

$\dots = a(2*i+21) + \dots$

enddo

Equação Diophantine:  $19*x_1+3=2*x_2+21$  ,  $19*x_1-2*x_2=18$

**Teste do MDC:**  $G = \text{MDC}(19,-2) = 1$  e 1 divide 18!

Neste caso,  $x_1=2$  e  $x_2=10$  são soluções:

$i=2$ :  $a(41) = \dots$

$i=10$ :  $\dots = a(41) + \dots$

→ Não há dependência se  $N \leq 9$  : loop **pode** ser vetorizado

→ Há dependência se  $N > 9$  : loop **não** pode ser vetorizado!



# Testes de Dependência

- **Teste do MDC**
  - Ainda é muito usado hoje, devido à sua simplicidade
  - Caso  $MDC=1$  ocorre com frequência na prática, tornando o teste pouco conclusivo
  - Teste pode ser estendido para mais que uma dimensão, porém a forma do espaço de iteração é ignorada
- **Testes de dependência em geral**
  - Foco de diversos trabalhos de pesquisa no passado
  - São importantes tanto para *vetorização* como para *paralelização*
    - Ambas as técnicas dependem da relação entre iterações de loops!
- **Compiladores atuais**
  - Muito bons para vetorizar/paralelizar loops automaticamente, porém...
    - Programador pode ter que mudar o programa para viabilizar isso!

