

CAP-387(2016) – Tópicos Especiais em Computação Aplicada: Construção de Aplicações Massivamente Paralelas

Aula 19: Speedup e Lei de Amdahl

Celso L. Mendes, Stephan Stephany

LAC / INPE

Emails: celso.mendes@inpe.br, stephan.stephany@inpe.br



Speedup

- **Conceito: Speedup = Ganho de Desempenho**
 - Pode ser o resultado de uma otimização qualquer
 - Exemplos:
 - Utilização de um novo algoritmo num programa sequencial
 - Uso de chaves de compilação
 - Uso de mais processadores (speedup *paralelo*)
 - Caso Geral:
$$\text{Speedup} = \text{tempo_original} / \text{tempo_otimizado}$$

Speedup Paralelo

- **Ganho de desempenho pelo uso de mais processadores**
 - Tempo de execução com 1 processador: T_1
 - Tempo de execução com P processadores: T_P
 - Speedup Paralelo com P processadores: $S_P = T_1 / T_P$

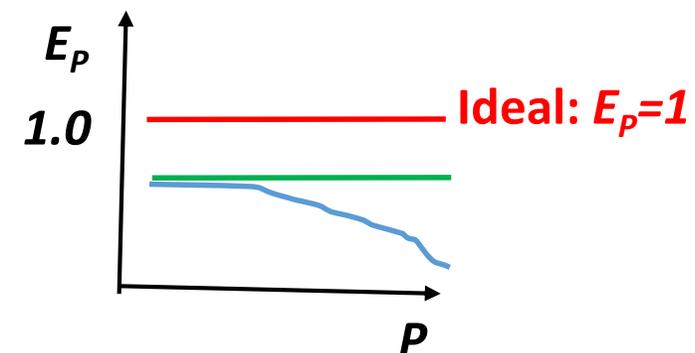
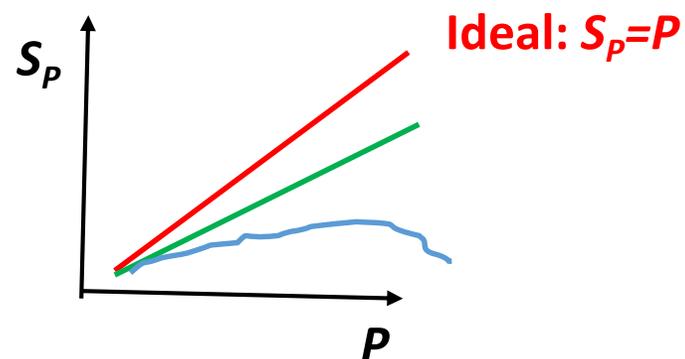
Situação ideal: $T_P = T_1 / P \rightarrow S_P = P$

- Difícil de se obter na prática
 - Paralelização introduz overheads que não existiam antes
- Caso mais comum: $S_P < P$
- Casos patológicos: $S_P > P$ (speedup *superlinear*)
 - Resultante de fatores especiais, tais como efeitos de cache, etc.



Eficiência Paralela

- **Definição:** $E_p = S_p / P$
 - Medida do grau de efetividade dos processadores em uso
- Situação ideal: $S_p = P \rightarrow E_p = 1.0$
- Caso mais comum: $S_p < P \rightarrow E_p < 1.0$
- Em geral, tanto S_p como E_p são funções de P



Lei de Amdahl

- Determina limites no speedup de programas reais

- Programa sequencial: $T_S = \underbrace{T_A}_{\text{A}} + \underbrace{T_B}_{\text{B}}$

A: Parte estritamente sequencial

B: Parte paralelizável (pode-se assumir totalmente paralelizável)

f : fração paralelizável = $T_B / (T_A + T_B)$, $f < 1.0$

- Execução com P processadores: $T_P = T_A + T_B / P$
- Speedup: $S_P = T_S / T_P = (T_A + T_B) / (T_A + T_B / P)$

com $P \rightarrow \infty$: $S_{P \rightarrow \infty} = (T_A + T_B) / T_A = 1 / (1 - f)$

$$S_P(\max) = 1 / (1 - f)$$

Lei de Amdahl (cont.)

- **Limite do Speedup:**

$$S_p(max) = 1 / (1-f)$$

- Mesmo com número infinito de processadores !
- Limite do speedup depende da fração paralelizável f

f	$S_p(max)$
0,5	2,0
0,8	5,0
0,9	10,0
0,95	20,0
0,99	100,0

→ 50% serial, 50% paralelizável
 $P=\infty$: Speedup = 2

→ 1% serial, 99% paralelizável
 $P=\infty$: Speedup = 100



Considerações Práticas

- Speedup máximo: $S_p(max)=1/(1-f)$ com $P \rightarrow \infty$

Porém, $P=\infty$ é irrealizável fisicamente: logo, $S_p(max)$ é inatingível !

→ E sobre $S_p(max)/2$? Qual o valor de P necessário?

Em outras palavras, qual o valor de $P_{1/2}=Q$ tal que $S_Q=S_p(max)/2$?

$$S_Q = 1/(2*(1-f)) = 1/(2-2f) = 1/(2-2T_B/(T_A+T_B)) = (T_A+T_B)/2T_A$$

Mas, por definição, $S_Q=(T_A+T_B)/(T_A+T_B/Q)$

Logo, $(T_A+T_B)/2T_A=(T_A+T_B)/(T_A+T_B/Q) \rightarrow T_A+T_B/Q = 2T_A \rightarrow Q=P_{1/2}=T_B/T_A$

Exemplo: $T_A=10s, T_B=90s \rightarrow f=0,9$; $S_p(max)=1/0,1=10$ com $P \rightarrow \infty$

$$P_{1/2}=Q=90/10=9 \quad S_9=(T_A+T_B)/(T_A+T_B/9)=(10+90)/(10+90/9)=5$$

Considerações Práticas (cont.)

Exemplo-2: $T_A=1s, T_B=99s \rightarrow f=0,99 ; S_p(max)=1/0,01=100$ com $P \rightarrow \infty$

$$P_{1/2}=Q=99/1=99 \quad S_{99}=(T_A+T_B)/(T_A+T_B/99)=(1+99)/(1+99/99)=50$$

→ Visão concreta: $P_{1/2}$ é o número de processadores que faz com que a parte paralelizável venha a ter o mesmo peso que a parte serial

Este esquema se aplica a casos onde $T(P)=T_{Overhead}+T_{Trab.Útil}(P)$

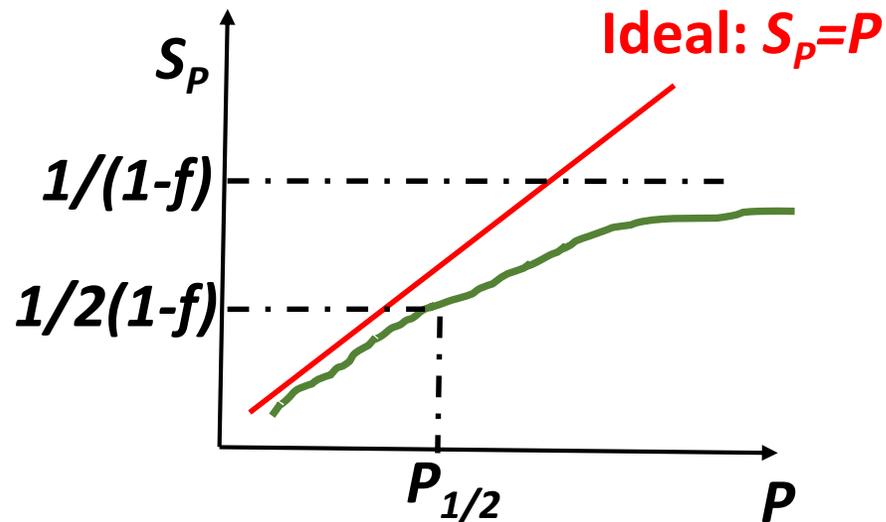
No caso atual, $T_{Overhead}=T_A$, o qual não pode ser otimizado

Idealmente, com $P \rightarrow \infty$, $T_{Trab.Útil} \rightarrow 0$, e $T \approx T_{Overhead}$

Na prática, com $P=P_{1/2}$, $T_{Overhead}=T_{Trab.Útil}$ e então $T=2.T_{Overhead}$

Considerações Práticas (cont.)

→ Visão prática: $P_{1/2}$ é um número “razoável” de processadores, com o qual se consegue obter bons ganhos de desempenho a um custo ainda não-proibitivo



$P > P_{1/2}$: ganhos vão se tornando cada vez menos lucrativos!

Pipelining e $N_{1/2}$

- **Ganho de desempenho do Pipeline:** $(N.K)/(K+N-1)$
 - N : Número de tarefas, K : Número de estágios
- Ou, no caso de processamento vetorial com pipelining:
 - N : comprimento de vetores; K : estágios das unidades funcionais

Conforme já visto, quando $N \gg K \rightarrow \text{Speedup}_{\text{PIPELINE}} \approx K$

$N_{1/2}$: Valor de N tal que $\text{Speedup} = K/2$

$$(N.K)/(K+N-1) = K/2 \rightarrow 2.N.K = K^2 + N.K - K, N.K = K^2 - K, N_{1/2} = K - 1$$

Exemplo: $K=10 \rightarrow N_{1/2}=9 : T(\text{sem-Pipeline})=10.9=90; T(\text{com-Pipeline})=10+9-1=18$

$$\text{Speedup}_{\text{PIPELINE}} = 90/18 = 5$$

Por outro lado, se $N=10.000: T(\text{sem})=10.000.10=100.000 T(\text{com})=10+10.000-1=10.009$

$$\text{Speedup}_{\text{PIPELINE}} = 100.000/10.009 = 9,99$$



Lei de Gustafson

- **Extensão da Lei de Amdahl – casos práticos**

- Idéia: Paralelismo é usado para resolver problemas maiores

- **Novo cenário de execução:** $T_S = T_A + T_B$ (caso original)

aumentando o problema P vezes \rightarrow



$$T_{S'} = T_A + P \cdot T_B$$

- T_S : Tempo sequencial da execução do problema original
 - Duas partes: T_A (parte estritamente sequencial) e T_B (parte paralelizável)
- $T_{S'}$: Tempo sequencial da execução do problema aumentado
 - Parte estritamente sequencial independente do tamanho do problema
 - Parte paralelizável aumenta proporcionalmente ao tamanho do problema

Lei de Gustafson (cont.)

- **Novo cenário de execução:** $T_S = T_A + T_B$
aumentando o problema P vezes \rightarrow 
 $T_{S'} = T_A + P \cdot T_B$

Nova execução paralela, P procs.: $T_{P'} = T_A + P \cdot T_B / P = T_A + T_B$

Speedup em escala: $S' = T_{S'} / T_{P'} = (T_A + P \cdot T_B) / (T_A + T_B) = (1-f) + P \cdot f$

Speedup em escala (Gustafson): **$S' = (P-1) f + 1$**

- Não é mais função de f apenas; bem mais próximo do speedup ideal (P)
- Aumentando P (número de procs) e tamanho do problema, speedup aumenta!

Ref.: J.L.Gustafson, *Reevaluating Amdahl's Law*, Communications of the ACM, V. 31, N. 5, May 1988, pp. 532-533, doi: [10.1145/42411.42415](https://doi.org/10.1145/42411.42415)

Lei de Gustafson (cont.)

- Implicações da Lei de Gustafson
 - Speedup em escala S' bem mais próximo do ideal (P)

f	$S', P=2$	$S', P=10$	$S', P=100$
0,5	1,5	5,5	50,5
0,8	1,8	8,2	80,2
0,9	1,9	9,1	90,1
0,95	1,95	9,55	95,5
0,99	1,99	9.91	99,1

Leis de Amdahl × Gustafson

- **Lei de Amdahl: escalabilidade forte**
 - Aumento de P é usado para resolver o mesmo problema
 - Execução paralela leva tempo mais curto que a serial
 - P crescente: tamanho de problema fixo, T_p diminui
 - Exemplo: dinâmica molecular (número de átomos fixo)
- **Lei de Gustafson: escalabilidade fraca**
 - Aumento de P é usado para resolver problema P vezes maior
 - Execução paralela leva o mesmo tempo que a serial
 - P crescente: tamanho de problema crescente, T_p fixo
 - Exemplo: previsão de tempo (grade de maior resolução)